



Школа гениев

Математика

5-8
классы

**Сборник задач
интеллектуального
марафона**

ШКОЛА ГЕНИЕВ

МАТЕМАТИКА

5–8 классы

**Сборник задач
интеллектуального марафона**

Минск



«Сэр-Вит»

2021

ПРЕДИСЛОВИЕ

Какой главный признак настоящего таланта?

*Это постоянное развитие,
постоянное самосовершенствование.*

В. В. Стасов

В современную эпоху, когда значение интеллектуального и творческого потенциала человека значительно возрастает, работа с одаренными, талантливymi, высокомотивированными детьми является крайне необходимой и важной.

До сих пор единственным работающим по всей стране способом выявления одаренных детей была система предметных олимпиад школьников.

В настоящее время во всём мире идёт поиск новых подходов к развитию интеллекта учащихся. Одним из таких подходов является использование дистанционных форм обучения в работе с одарёнными и высокомотивированными учащимися.

С помощью дистанционных олимпиад образование учеников выходит за рамки школьных стен. Именно дистанционная олимпиада помогает проявить себя детям застенчивым, робким, неуверенным в себе, медлительным, несобранным, которым трудно заставить себя сидеть в классе.

В данном сборнике содержатся задачи и решения интернет-проекта «Интеллектуальный марафон по математике «Школа гениев»», проводимой в системе дистанционного обучения ГУО «Минский городской институт развития образования» в 2019–2020 учебном году. Интернет-проект проходит в форме марафона по решению олимпиадных задач по математике.

Организационно-методическое и информационно-методическое сопровождение и проведение Интернет-про-

екта осуществлял отдел технического сопровождения и дистанционного обучения центра информационных технологий ГУО «Минский городской институт развития образования» совместно с ГУО «Гимназия № 40 г. Минска».

Все задачи предложены с подробным решением и комментариями. Адресуется учащимся 5–8 классов, а также их учителям и родителям.

5 КЛАСС

I этап

1. В доме 100 квартир. В нумерации скольких из них цифра десятков меньше цифры единиц?

Решение

Задачу можно решить простым перебором.

1) В первых 9-ти квартирах разряд отсутствует, значит, их можно представить как 01, 02, ..., 09. Если в разряде единиц стоит цифра нуль, то цифра десятков больших нуля, может принимать значения от 1 до 9.

Следовательно, квартир 9: **(01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09)**.

2) Если в разряде единиц стоит цифра 1, то цифра десятков, больших 1, может принимать значения от 2 до 9. Следовательно, квартир 8: **(12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19)**.

3) Если в разряде единиц стоит цифра 2, то цифра десятков, больших 2, может принимать значения от 3 до 9. Следовательно, квартир 7: **(23, 24, 25, 26, 27, 28, 29)**.

4) Если в разряде единиц стоит цифра 3, то цифра десятков, больших 3, может принимать значения от 4 до 9. Следовательно, квартир 6: **(34, 35, 36, 37, 38, 39)**.

5) Если в разряде единиц стоит цифра 4, то цифра десятков, больших 4, может принимать значения от 5 до 9. Следовательно, квартир 5: **(45, 46, 47, 48, 49)**.

6) Если в разряде единиц стоит цифра 5, то цифра десятков, больших 5, может принимать значения от 6 до 9. Следовательно, квартир 4: **(56, 57, 58, 59)**.

7) Если в разряде единиц стоит цифра 6, то цифра десятков, больших 6, может принимать значения от 7 до 9. Следовательно, квартир 3: **(67, 68, 69)**.

8) Если в разряде единиц стоит цифра 7, то цифра десятков, больших 7, может принимать значения 8 и 9. Следовательно, квартир 2: **(78, 79)**.

9) Если в разряде единиц стоит цифра 8, то цифра десятков, больших 8, может принимать значения только 9. Следовательно, квартир 1: (89).

10) Если в разряде единиц стоит цифра 9, то нет цифр, удовлетворяющих требованиям задачи. Следовательно, квартир 0.

$$11) 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45 \text{ (квартир).}$$

Ответ: 45 квартир.

2. В каждую из девяти ячеек таблицы записаны цифры в порядке убывания. Сколько существует возможностей такой записи?

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Решение

1) Запишем все цифры в порядке убывания: 9876543210.

2) Учитываем, что при записи нужных чисел цифры всегда стоят в порядке убывания. Значит, единственным способом составления чисел будет исключение цифр из каждого разряда по очереди. Исключать можно слева направо (или справа налево):

~~9~~876543210

9~~8~~76543210

98~~7~~6543210

...

98765432~~1~~0

3) Так как цифр 10, то и вариантов записи будет 10.

Ответ: 10.

3. За пять дней Маша прочитала 80 страниц книги (со среды по воскресенье). Каждый день она читала на 2 страницы больше, чем в предыдущий день. Сколько страниц книги прочитала Маша в субботу?

Решение

1-й способ

1) Пусть в среду (первый день) Маша прочитала x страниц. Тогда во все последующие дни Маша читала, согласно условию $x + 2$, $x + 4$, $x + 6$, $x + 8$ страниц.

Составим уравнение:

$$x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) + (x + 8) = 80.$$

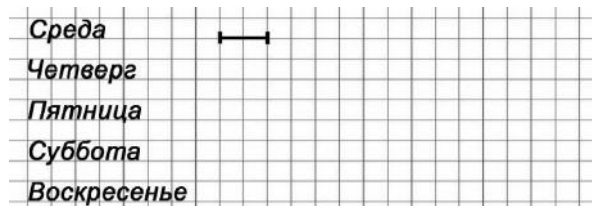
$$5x + 20 = 80,$$

$$x = 12.$$

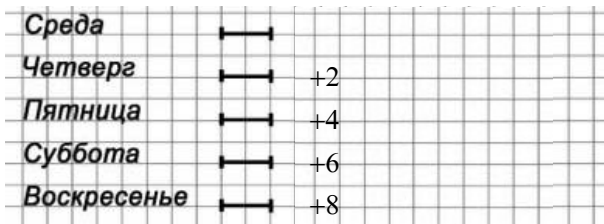
12 + 6 = 18 (страниц) – Маша прочитала в субботу.

2-й способ

1) Выполним рисунок для наглядности. Запишем в столбик дни, когда Маша читала (со среды по воскресенье (5 дней)). Обозначим отрезком, равным 1 см, количество книг, которые Маша прочитала в первый день – среду.



2) Во все последующие дни Маша читала на 2 страницы больше, чем в предыдущий. Значит, относительно среды в четверг она прочитала +2 страницы, в пятницу +4 страницы, в субботу +6 страниц, воскресенье +8 страниц. Отообразим это на рисунке.



3) Всего Маша прочитала 80 страниц. Отообразим это на рисунке.



4) Если бы Маша читала в одном темпе, как в первый день, то $2 + 4 + 6 + 8 = 20$ (страниц) – на столько меньше она бы прочитала за 5 дней.

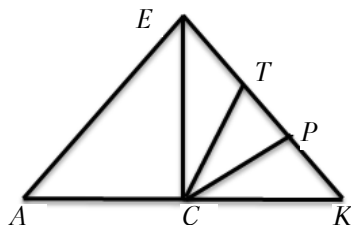
5) $80 - 20 = 60$ (страниц) – столько страниц прочитала бы Маша за 5 дней, если бы читала в одном темпе.

6) $60 : 5 = 12$ (страниц) – прочитала Маша в среду и продолжила бы так читать в оставшиеся 4 дня, если бы не меняла темп чтения.

$12 + 6 = 18$ (страниц) – прочитала Маша в субботу.

Ответ: 18 страниц.

4. Сколько отрезков изображено на рисунке?



Решение

Перечислим все отрезки: $AE, EK, AK, AC, CK, CE, CT, CP, ET, TP, PK, EP, TK$. Получим 13 отрезков.

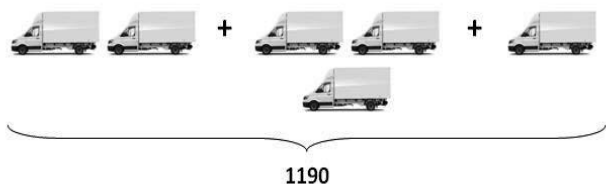
Ответ: 13 отрезков.

5. На фабрике «Коммунарка» по плану требовалось заполнить 6 фургонов коробками с конфетами. На базе были фургоны, которые вмещали 150, 160, 180, 190, 200 и 310 коробок. До обеда загрузили 2 фургона, после обеда – 3, причем оказалось, что после обеда загрузили коробок в два раза больше, чем до обеда. Сколько коробок надо загрузить в оставшийся фургон?

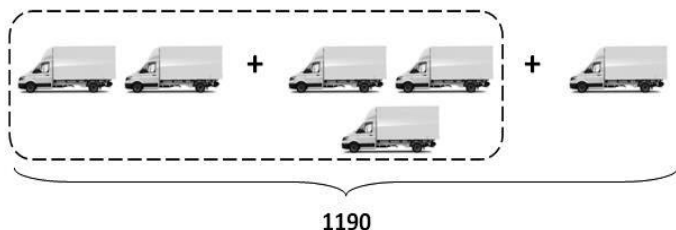
Решение

1) $150 + 160 + 180 + 190 + 200 + 310 = 1190$ (коробок) – всего надо загрузить в фургоны.

2) До обеда загрузили 2 фургона, после обеда – 3. Для наглядности изобразим схематично погрузку коробок (вместо фургонов можно рисовать прямоугольники).



3) Во второй половине дня загрузили коробок в 2 раза больше, чем в первой половине. Значит, в пяти фургонах количество коробок делится на 3 без остатка (кратно 3).



4) Теперь, исключив поочередно вместимость каждого из 6 фургонов из общего количества коробок и проверив

остаток коробок на деление на 3 без остатка (кратно 3), мы найдем нужный фургон. (Вспомним! Число кратно 3, если сумма его цифр кратна 3.)

$$1190 - 150 = 1040 \text{ (делится на 3 с остатком)}$$

$$1190 - 160 = 1030 \text{ (делится на 3 с остатком)}$$

$$1190 - 180 = 1010 \text{ (делится на 3 с остатком)}$$

$$1190 - 200 = 990 \text{ (делится на 3 без остатка, есть вероятность, что ответ 200)}$$

$$1190 - 310 = 880 \text{ (делится на 3 с остатком, а значит, ответ точно 200)}$$

Ответ: 200 коробок.

6. Иван Иванович ходит играть в теннис по средам, воскресеньям и нечетным числам. Какое наибольшее количество дней, идущих подряд, Иван Иванович сможет посещать корт?

Решение

1) Представим дни недели в виде цепочки:

ПН ВТ СР ЧТ ПТ СБ ВС ПН ВТ СР ЧТ ПТ СБ ВС ...

2) Выделим среды и воскресенья, т. к. Иван Иванович играет в эти дни всегда (и в чётные и в нечетные дни):

ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС	...
----	----	-----------	----	----	----	-----------	----	----	-----------	----	----	----	-----------	-----

3) Будем рассматривать те случаи, когда среда и воскресенье – четные дни, тогда больше нечетных выпадет на другие дни.

...	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС	...
...		1	2	3	4	5	6	...
или								
...	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС	...
...	2	3	4	5	6	7	8	...
и т. д.								

Пока наибольшее число дней подряд – три.

4) Не прерываться нечётные дни будут, если на ПОНЕДЕЛЬНИК выпадут месяцы, в которых последний день нечётный, т. е. 31 или 29.

...	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС	...
...	31	1	2	3	4	5	6	...
или								
...	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС	...
...	29	1	2	3	4	5	6	...

Пока наибольшее число дней подряд — четыре.

5) Распишем предыдущую неделю. Выделим цветом удовлетворяющие условию дни.

...	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	...
...	26	27	28	29	30	31	1	2	3	4	...
или											
...	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	...
...	24	25	26	27	28	29	1	2	3	4	...

Итого 6 дней подряд.

Рассуждения будут верны и при расстановке дат для вторника.

Ответ: 6 дней.

7. Уберите математический знак и расшифруйте математическое понятие:

УМЧАНСОЖТЕННОИЕЕ.

Решение

Убрать надо буквы У, М, Н, О, Ж, Е, Н, И, Е (УМНОЖЕНИЕ). Получим слово ЧАСТНОЕ.

Ответ: ЧАСТНОЕ.

8. Найдите закономерность, по которой построена следующая числовая последовательность:

2, 10, 30, 68, 130,

Продолжите ее, дописав одно число.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

Математика для умников и умниц / сост. И.В. Альшевская, И.В. Тищенко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск : Бел. Ассоц. «Конкурс», 2013. – 142 с. : ил.

Математика. 6–11-е классы. Подготовка к олимпиадам: основные идеи, темы, типы задач / под ред. Ф.Ф. Лысенко. Е.Г. Конновой. – 4-е изр., перераб. И доп. – Ростов на Дону: Легион, 2018. – 256 с. – (Готовимся к олимпиаде).

Московские математические регаты. Часть 2. 2006 – 2013 / Сост. А.Д. Блинков, – МЦНМО, 2014. – 320 с.

Математическая олимпиада им. Г.П. Кукина. Омск, 2007–2012 / А.В. Адельшин, Е.Г. Кукина, И.А. Латыпов и др. – М.: МЦМНО, 2017. – 144 с.

Реши, если силен, или Подружись с математикой / В.И. Кот. – Минск: Белорусс. Ассоц. «Конкурс», 2012. – 336 с. : ил.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
5 класс.....	5
I этап.....	5
II этап.....	15
III этап.....	21
6 класс.....	28
I этап.....	28
II этап.....	38
III этап.....	44
7 класс.....	52
I этап.....	52
II этап.....	60
III этап.....	69
8 класс.....	78
I этап.....	78
II этап.....	89
III этап.....	97
Использованная литература.....	107